

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: ארבע שעות ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – אלגברה, גאומטרייה אנליטית והסתברות
פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
יש לענות על ארבע שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $4 \times 25 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל פעולותיכם, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

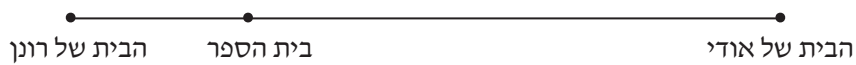
בהצלחה!

השאלות

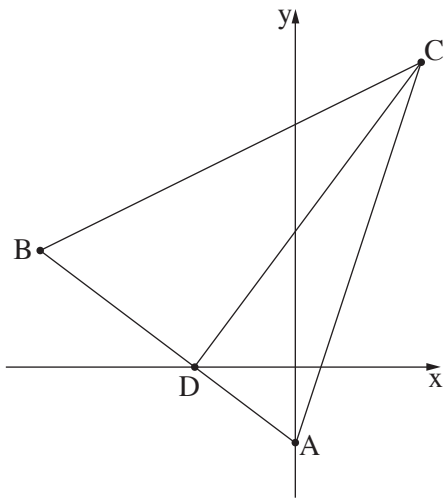
ענו על ארבע מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 25 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטרייה אנליטית והסתברות

1. בית הספר שבו אודי ורונון לומדים נמצא בין שני הבתים שלהם, כמתואר בסרטוט שלפניכם.
המרחק בין הבית של אודי ובין בית הספר הוא 4.5 ק"מ, והמרחק בין הבית של רונון ובין בית הספר הוא 1.5 ק"מ.



- בוקר אחד יצאו אודי ורונון כל אחד מביתו לבית הספר ברכיבה על אופניים.
הם יצאו באותה השעה, וכל אחד מהם רכב במהירות קבועה.
מהירות הרכיבה של אודי הייתה גדולה ב-4 קמ"ש ממהירות הרכיבה של רונון.
אודי הגיע לבית הספר 12 דקות אחרי שהגיע רונון לבית הספר.
א. מצאו את מהירות הרכיבה של רונון, אם נתון כי מהירותו נמוכה מ-6 קמ"ש.
באותו הבוקר יצאו אודי ורונון מביתם בשעה 7:45. רונון הגיע לבית הספר 2 דקות לפני שהתחיל יום הלימודים.
ב. מצאו באיזו שעה התחיל יום הלימודים.

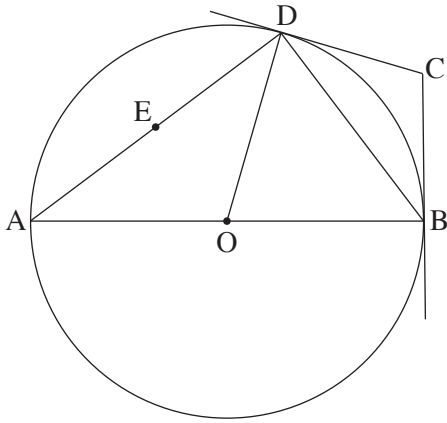


2. במשולש ABC הקודקוד A נמצא על ציר ה- y .
 הצלע AB חותכת את החלק השלילי של ציר ה- x בנקודה D (ראו סרטוט).
 נתון כי משוואת הישר AC היא $y = 3x - 3$,
 ומשוואת הישר BC היא $y = \frac{1}{2}x + 9\frac{1}{2}$.
 א. מצאו את שיעורי הקודקודים A ו- C.
 נתון כי אורך הקטע CD הוא 15.
 ב. מצאו את שיעורי הנקודה D.
 ג. הוכיחו כי המשולש ADC הוא ישר זווית.
 הנקודה M היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ADC.
 ד. האם הצלע BC משיקה למעגל זה? נמקו את תשובתכם.
 ידוע כי הקטע BM מקביל לציר ה- x .
 ה. חשבו את שטח המשולש BMC.

3. במתחם דירות יש שני סוגי דירות – דירות הפונות לכיוון הפארק ודירות הפונות לכיוון הכביש.
 ההסתברות שדירה במתחם פונה לכיוון הפארק היא $\frac{3}{4}$.
 חלק מן הדירות במתחם משופצות, והשאר אינן משופצות.
 מספר הדירות המשופצות גדול פי 4 ממספר הדירות שאינן משופצות.
 32% מן הדירות הפונות לכיוון הכביש הן דירות משופצות.
 א. בוחרים באקראי דירה מבין כל הדירות במתחם.
 (1) מהי ההסתברות לבחור דירה משופצת?
 (2) מהי ההסתברות לבחור דירה שגם פונה לכיוון הכביש וגם משופצת?
 ב. בוחרים באקראי דירה מבין הדירות שאינן משופצות.
 מהי ההסתברות שדירה זו פונה לכיוון הכביש?
 48 דירות במתחם גם פונות לכיוון הכביש וגם משופצות.
 ג. מצאו כמה דירות במתחם גם פונות לכיוון הפארק וגם משופצות.

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור

4. משולש ABD חסום במעגל שמרכזו O. AB הוא קוטר במעגל.



הקטע CB משיק למעגל בנקודה B, והקטע CD משיק למעגל בנקודה D.

הנקודה E היא אמצע הצלע AD.

א. הוכיחו כי $\triangle AOD \sim \triangle BCD$.

ב. הוכיחו כי $DB = 2EO$.

נתון: שטח המשולש AOD גדול פי $\frac{16}{9}$ משטח המשולש BCD.

ג. מצאו את היחס $\frac{AD}{EO}$.

נתון: $EO = 3$.

ד. (1) חשבו את שטח המשולש AOD.

(2) חשבו את שטח המרובע ABCD.

5. בסרטוט שלפניכם מתוארים שני משולשים בעלי צלע משותפת:

משולש שווה שוקיים BCD, שבו $BD = BC$, ומשולש ABC.

נתון: הצלע BC גדולה פי 2 מן הצלע AB, $\angle BAC = 49^\circ$.

א. מצאו את גודל הזווית ACB.

נתון: שטח המשולש ABC הוא 18.

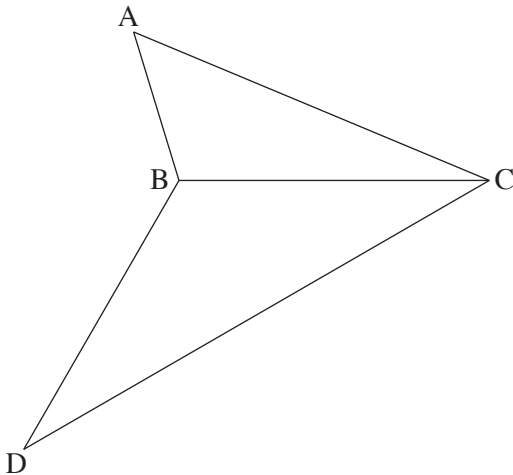
ב. מצאו את אורך הצלע CB.

נתון: $DC = 15$.

ג. מצאו את גודל הזווית DBC.

הנקודה E היא אמצע הצלע BC.

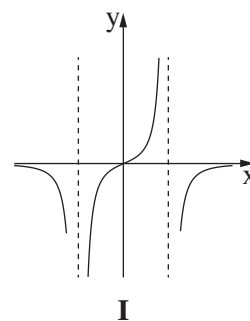
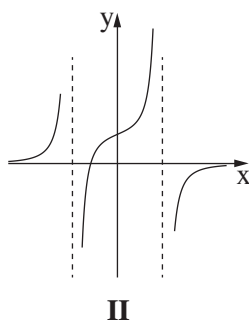
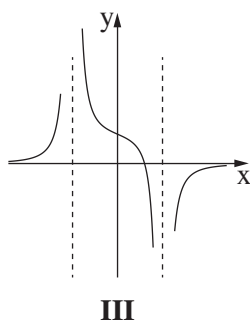
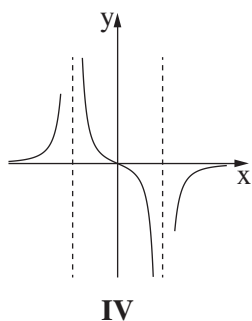
ד. מצאו את אורך רדיוס המעגל החוסם את משולש DBE.



**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש**

6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 9} + 4$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
- ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- ה. קבעו איזה מן הגרפים I–IV שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את תשובתכם.
- ו. קבעו בעבור כל אחד מן ההיגדים (1)–(2) שלפניכם אם הוא נכון או לא נכון. נמקו את קביעותיכם.
- (1) בכל נקודה בתחום $x > 3$ שיפוע המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ הוא חיובי.
- (2) בכל נקודה בתחום $x < -3$ שיפוע המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ הוא חיובי.



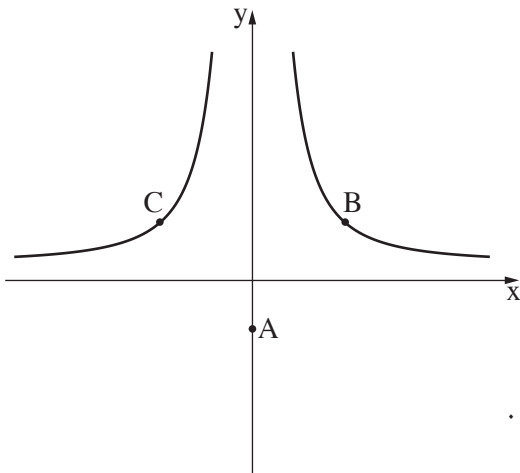
7. נתונה הפונקצייה $f(x) = \sqrt{21 - 2x} + bx$, $b > 0$ הוא פרמטר. ידוע כי גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה $(-14, 0)$.
- א. מצאו את הערך של b .

הציבו $b = \frac{1}{2}$ בפונקצייה $f(x)$ וענו על סעיפים ב-ו.

- ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- y .
- ד. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה פונקצייה $g(x)$, המקיימת $g'(x) = -f(x)$. הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.

- ו. מצאו את שיעור ה- x של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגה. נמקו את תשובתכם.



8. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{100}{x^2} + 1$. נתונה הנקודה $A(0, -3)$, ששיעוריה הם $(0, -3)$. הנקודות B ו- C נמצאות על גרף הפונקצייה $f(x)$, כמתואר בסרטוט. הישר BC מקביל לציר ה- x . נסמן את שיעור ה- x של הנקודה B ב- t , $t > 0$.
- א. הביעו באמצעות t את שיעורי הנקודות B ו- C .
- ב. מצאו את ערכו של t שבעבורו שטח המשולש ABC הוא מינימלי.
- ג. בעבור הערך של t שמצאתם בסעיף ב, מצאו את היקף המשולש ABC .

בהצלחה!